

# **PROGRAMMA DI MATEMATICA PER LA CLASSE VG - A.S 2022/2023**

**Docente: Massetti Cristiana**

## **- RICHIAMI E APPROFONDIMENTI SULLE PROPRIETÀ DELLE FUNZIONI**

Generalità sulle funzioni, in particolare sulle funzioni reali di variabile reale.

Classificazione delle funzioni.

Campo di esistenza di una funzione per la determinazione del dominio.

Intervalli ed intorni.

Funzioni pari, dispari, crescenti, decrescenti, costanti, periodiche, iniettive, suriettive e biiettive, invertibili.

Grafico di una funzione, insieme immagine di una funzione, estremo superiore e inferiore di una funzione, massimo e minimo di una funzione.

Funzioni fondamentali e loro grafici (funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche; funzione valore assoluto; funzione omografica).

Grafici di  $f(x+a)$ ,  $f(x)+a$ ,  $f(kx)$ ,  $k \cdot f(x)$ ,  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(|x|)$ ,  $|f(x)|$ .

## **- LIMITI DELLE FUNZIONI**

Definizione di limite.

Limite destro e limite sinistro.

Operazioni sui limiti: limite di una somma o differenza di funzioni; limite del prodotto di una costante per una funzione; limite di un prodotto di funzioni; limite della potenza di una funzione; limite della funzione reciproca, limite del quoziente di due funzioni; limite della radice n-esima di una funzione.

Operazioni con il simbolo  $\infty$  e forme di indecisione.

Teorema di unicità del limite (dimostrazione omessa).

Teorema di permanenza del segno (dimostrazione omessa).

Teorema del confronto.

Funzioni continue e algebra dei limiti.

Forme di indecisione di funzioni algebriche.

Forme di indecisione di funzioni irrazionali.

Limiti notevoli:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$  (con

dimostrazione);  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Gerarchie di infiniti per il calcolo dei limiti.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$

## **- FUNZIONI CONTINUE**

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo.

Punti di discontinuità.

Teorema di Weierstrass (dimostrazione omessa)

Teorema dei valori intermedi (dimostrazione omessa)

Teorema sull'esistenza degli zeri di una funzione (dimostrazione omessa)

## **- DERIVATA DI UNA FUNZIONE**

Definizione di rapporto incrementale e suo significato geometrico.

Definizione di derivata di una funzione.

Criteri di derivabilità di una funzione; classificazione e studio dei punti di non derivabilità.

Significato geometrico della derivata.

Derivate fondamentali  
Equazione della tangente in un punto al grafico di una funzione.  
Derivate di ordine superiore.  
Applicazioni delle derivate alla fisica.

- **TEOREMI SULLE FUNZIONI DERIVABILI**

Teorema di Rolle (dimostrazione omessa)  
Teorema di Cauchy (dimostrazione omessa)  
Teorema di Lagrange (dimostrazione omessa)  
Teoremi di De L'Hospital (dimostrazione omessa)

- **MASSIMI, MINIMI E FLESSI**

Definizione di massimo e minimo relativo e assoluto.  
Definizione di punto di flesso.  
Ricerca dei punti stazionari; crescita e decrescita di una funzione.  
Ricerca dei punti di flesso, concavità e convessità di una curva.  
Ricerca del massimo e del minimo di una funzione.  
Problemi di massimo e di minimo.

- **STUDIO DI FUNZIONI**

Asintoti: verticali, orizzontali, obliqui.  
Schema generale per lo studio di una funzione.  
Grafici deducibili: dal grafico di  $f(x)$  al grafico di  $f'(x)$  e viceversa

- **INTEGRALI INDEFINITI**

Funzioni primitive di una funzione data, definizione di integrale indefinito.  
Proprietà dell'integrale indefinito.  
Integrali indefiniti immediati; integrazione mediante scomposizione o semplice trasformazione della funzione integranda; integrazione delle funzioni razionali fratte; integrazione per sostituzione; integrazione per parti.

- **INTEGRALI DEFINITI**

Area del trapezoide; somme integrali per difetto o per eccesso.  
Integrale definito di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato.  
Proprietà dell'integrale definito. Teorema della media.  
La funzione integrale; teorema fondamentale del calcolo integrale (teorema di Torricelli – Barrow); formula fondamentale del calcolo integrale.  
Calcolo di aree: area della regione di piano delimitata dal grafico di una funzione e dall'asse delle  $x$ ; area della regione di piano delimitata dal grafico di due funzioni.  
Calcolo di volumi. Volume di un solido di rotazione. Volume di un solido per sezioni. Gusci cilindrici  
Integrali impropri.

- **CALCOLO APPROSSIMATO**

Calcolo approssimato delle radici di un'equazione: metodo di bisezione.

- **EQUAZIONI DIFFERENZIALI**

Equazioni differenziali del primo ordine: equazioni del tipo  $y' = f(x)$ ; equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari. Problema di Cauchy

- **PROBABILITA' E RICHIAMI DI CALCOLO COMBINATORIO**

Disposizioni semplici e con ripetizione; permutazioni semplici e con ripetizione; la funzione  $n!$ ; combinazioni semplici; coefficienti binomiali.

Probabilità e calcolo combinatorio

Eventi; probabilità della somma logica di eventi; probabilità condizionata; probabilità del prodotto logico di eventi; teorema delle prove ripetute; teorema di Bayes

- **GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO**

Lunghezza e punto medio di un segmento; componenti del vettore  $\overrightarrow{AB}$  con  $A(x_1, y_1; z_1)$  e  $B(x_2, y_2; z_2)$ ; equazione cartesiana di un piano; equazione del piano per il punto  $P(x_P, y_P; z_P)$  e di vettore normale  $\vec{v}_\perp(a, b; c)$ ; equazione di una retta (parametrica e cartesiana); condizioni di parallelismo e perpendicolarità piano-piano, retta-retta, piano-retta; distanza punto-piano; equazione superficie sferica

Roma, 31 maggio 2023

L'Insegnante  
*C. Simone Davetti*