

# Programma di matematica Classe VE

Liceo Scientifico Statale Kennedy

Anno scolastico 2019/2020 - Professor Francesco Poli

Il testo seguito è MATEMATICA.BLU 2.0 vol. 5 LIBRO DIGITALE MULTIMEDIALE di Bergamini, Trifone, Barozzi, edizioni Zanichelli. Ove indicato integrare con appunti in classe e dispense

## Argomenti svolti in presenza

### A) Calcolo differenziale

1. Incremento di una funzione. Significato geometrico del rapporto incrementale e della derivata. Definizione di derivata di  $f(x)$ , destra e sinistra. Retta tangente e retta normale al grafico di  $f(x)$  in un punto. Non derivabilità: punti angolosi, e flessi a tangente verticale.
2. Ripasso delle regole di derivazione delle funzioni elementari: esponenziale, logaritmo, radice quadrata,  $x^n$  seno, coseno. Regole di derivazione della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni. Regole di derivazione delle funzioni composte  $f(g(x))$ .
3. Uso della calcolatrice grafica Casio per il calcolo delle derivate
4. Inversa di una funzione e sua derivazione: funzioni goniometriche inverse.
5. La derivata come variazione istantanea di una grandezza in funzione di un'altra, in particolare in funzione del tempo ed esercizi di modellizzazione con le derivate.
6. Teoremi sulle funzioni derivabili: teorema di Rolle, teorema di Cauchy
7. Teorema di Lagrange e suo significato geometrico. Valore medio della derivata. Conseguenze del teorema di Lagrange sulle funzioni crescenti e decrescenti
8. Teorema di de l'Hôpital (0/0 dimostrato) e sue applicazioni. Scala degli infiniti.
9. I problemi di ottimizzazione: esempi tratti dalla geometria euclidea e analitica.
10. Applicazioni del calcolo differenziale alla fisica: velocità, accelerazione, corrente e carica.
11. Massimi e minimi locali ed assoluti di una funzione. Punti stazionari e segno della derivata.
12. Concavità in un punto di una funzione. Relazione fra concavità e derivata seconda (*dimostrazione intuitiva appunti in classe*). Flessi a tangente orizzontale ed obliqua.
13. Studio completo di una funzione. Asintoti orizzontali, verticali e obliqui con i limiti.
14. Grafico della derivata partendo dal grafico di una funzione.
15. Soluzione approssimata di equazioni con il metodo grafico e di bisezione. Teoremi di esistenza e unicità zeri funzioni continue.
16. Risoluzione di disequazioni con metodo grafico. Grafici elementari di inversi delle potenze della  $x$ . Metodo grafico per la discussione delle soluzioni di equazioni con parametro.

### B) Calcolo Integrale - fondamentali

17. Primitive di una funzione, l'integrale indefinito e le sue proprietà di linearità.
18. Integrali immediati; integrali per scomposizione; integrali che sono la derivata di funzioni composte; integrali per sostituzione; integrali di funzioni razionali fratte; integrali riconducibili ad arcotangente; integrali per parti.
19. L'integrale definito: definizione e sue proprietà di linearità: il metodo di esaustione.
20. Il teorema della media integrale. Il teorema di Torricelli-Barrow.

## Argomenti trattati in modalità DAD

### C) Calcolo integrale: applicazioni

21. Calcolo delle aree di regioni di piano normali all'asse delle ascisse, delimitate da una sola funzione di segno costante o segno variabile, o anche da più funzioni. Calcolo delle aree di domini normali all'asse delle ordinate.

22. Calcolo del volume di un solido di rotazione attorno all'asse delle ascisse o delle ordinate (metodo dei gusci cilindrici). Volume di solidi le cui sezioni normali sono note (rettangolari, quadrate, triangolari, circolari ecc.)
23. Calcolo del valore medio di una funzione. Caso particolare: il valore medio del seno quadrato, utilizzato in fisica per i valori efficaci.
24. Integrali impropri: su domini illimitati (primo tipo) e di funzioni illimitate (secondo tipo). Esempio notevole: la tromba di Torricelli (o di Gabriele).
25. Applicazione degli integrali alla fisica: (1) spazio velocità ed accelerazione; (2) il lavoro di una forza; (3) la corrente elettrica e il processo di carica di un condensatore; (4) il flusso e l'induzione elettromagnetica; (5) potenza ed energia.

#### **D) Equazioni differenziali e modellizzazione matematica**

26. Modelli matematici: il modello a valore limite, il modello a crescita esponenziale. La derivata di una funzione dipendente dal tempo come espressione della velocità con cui avviene il processo. Esempi su funzioni che indicano il livello dell'acqua in un contenitore.
27. Equazioni differenziali elementari del tipo  $y' = f(x)$ .
28. Equazioni differenziali a variabili separabili e i processi di crescita e decrescita esponenziale: ad esempio popolazioni di batteri, decadimento radiativo e calcolo del tempo di dimezzamento.
29. Risoluzione tramite equazioni differenziali a variabili separabili del processo di carica e scarica dei circuiti RC e RL
30. Equazione differenziale dell'oscillatore armonico e sua formula risolutiva, in particolare applicata al circuito LC. Formule del moto armonico:  $F = -kx$ ,  $x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$ ,  $\omega = \sqrt{k/m}$ . (appunti del docente o in classe - in parte svolta in modalità DAD)

#### **E) Probabilità**

31. Ripasso della probabilità del prodotto logico e della somma logica di più eventi.
32. La formula di Bernoulli per la probabilità delle prove ripetute di uno stesso esperimento

#### **F) Geometria analitica nello spazio**

33. Coordinate nello spazio: punti, distanza, vettori nello spazio.
34. Equazione generale di un piano nello spazio  $ax + by + cz + d = 0$  e vettore  $\vec{n} = (a; b; c)$  perpendicolare al piano (per la dimostrazione: appunti in classe). Piani paralleli ai piani coordinati. Forma esplicita dell'equazione di un piano
35. Condizione di parallelismo e condizione di perpendicolarità fra i piani in forma esplicita e in forma implicita (dimostrazione tramite i vettori normali - appunti in classe)
36. Distanza di un punto da un piano.
37. Equazioni generali della retta nello spazio. Equazioni ridotte della retta come intersezione di piani paralleli a due degli assi coordinati.
38. Equazione della retta per due punti (dimostrazione parallelismo di vettori - appunti in classe)
39. Equazioni frazionarie ed equazioni parametriche della retta.
40. Equazione di una sfera e condizione di tangenza a un piano.

Roma, 3 Giugno 2020

**L'insegnante**

Prof. Francesco Poli